

## 4a) Racionální čísla a početní operace s nimi

Množinu racionálních čísel získáme z množiny čísel celých, jejím rozšířením o čísla desetinná s ukončeným des. rozvojem nebo periodická a zlomky, které lze na takováto des. čísla převést.

Množinu racionálních čísel označujeme Q.

Des. číslo s ukončeným des. rozvojem – např. 0,16

**Periodická čísla** – dělíme na- ryze periodická, např. 0,3333... zapisujeme  $0,\bar{3}$   
- neryze periodická, např. 0,1333,  
číslo 1 je předperioda, 3 perioda, zapisujeme  $0,1\bar{3}$

### Převod zlomku na des. číslo

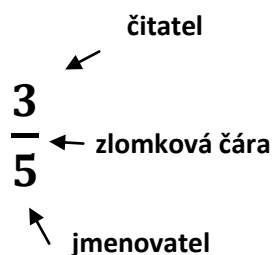
např.  $\frac{3}{4} = 3:4 = 0,75$  získáme des. číslo s ukončeným des. rozvojem

$\frac{2}{3} = 2:3 = 0,\bar{6}$  získáme číslo ryze periodické

$\frac{100}{24} = 100:24 = 4,1\bar{6}$  získáme číslo neryze periodické

### Zlomek

- je část celku
- jmenovatel určuje, na kolik dílů byl celek rozdělen
- číselník určuje počet takových dílů (které jsme vybrali, vybarvili, apod.)



### Zlomek jako část celku

#### Příklady k procvičení

1. Urči

a)  $\frac{1}{2}$  z 86

d)  $\frac{2}{3}$  z 18

b)  $\frac{2}{5}$  z 40

e)  $\frac{3}{8}$  z 32

c)  $\frac{3}{7}$  z 98

f)  $\frac{9}{7}$  z 49

2. Vyjádři v minutách

a)  $\frac{5}{6}$  h

b)  $\frac{2}{3}$  h

c)  $\frac{5}{12}$  h

d)  $\frac{3}{4}$  h

e)  $\frac{7}{10}$  h

### Rozšiřování zlomků

Zlomek rozšíříme tak, že jeho čitatele i jmenovatele vynásobíme stejným číslem různým od nuly.

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{15}{20} \quad \text{zlomek jsme rozšířili 5}$$

### Příklady k procvičení

1. Zlomky rozšiř:

a)  $\frac{1}{2}, \frac{7}{5}, \frac{3}{8}$  třemi

b)  $\frac{1}{2}, \frac{7}{5}, \frac{3}{8}$  pěti

c)  $\frac{1}{2}, \frac{7}{5}, \frac{3}{8}$  deseti

2. Zlomky  $\frac{3}{2}, \frac{7}{5}$  zapiš se jmenovatelem 10

### Krácení zlomků

Zlomek krátíme tak, že jeho čitatele i jmenovatele vydělíme stejným číslem různým od nuly.

$$\frac{30}{35} = \frac{30:5}{35:5} = \frac{6}{7}, \quad \text{zlomek jsme zkrátili 5}$$

(častěji, krátíme z paměti, krácená čísla škrtneme a podíl napíšeme nad krácené číslo)

**Zlomek v základním tvaru** – jeho číselník a jmenovatel, jsou nesoudělná čísla (mají jediného společného dělitele – jedničku), již nelze dál krátit

Zlomek, který není v základním tvaru, můžeme krátit, číselník a jmenovatel jsou čísla soudělná (mají alespoň jednoho společného dělitele různého od 1)

## Příklady k procvičení

### 1. Proveď krácení

a)  $\frac{48}{60}, \frac{40}{24}, \frac{36}{80}$  čtyřmi

b)  $\frac{12}{18}, \frac{36}{24}, \frac{60}{54}$  šesti

c)  $\frac{9}{15}, \frac{30}{27}, \frac{39}{18}$  třemi

### 2. Zkrať zlomky na základní tvar

a)  $\frac{16}{20}$

d)  $\frac{12}{16}$

b)  $\frac{25}{20}$

e)  $\frac{35}{15}$

c)  $\frac{14}{21}$

f)  $\frac{9}{27}$

## Převod zlomků na smíšená čísla

Na smíšené číslo můžeme převést pouze zlomky **větší než 1**, tj. zlomky, jejichž číselník je větší než jmenovatel.

$$\frac{48}{5} = 9\frac{3}{5}$$

celé číslo

zlomek menší než 1

Běžně převod děláme z paměti, u větších čísel můžeme počítat i písemně.

Např:  $\frac{213}{40} = 213:40 = 5 \text{ (zb. 13)}$

$$\frac{213}{40} = 5\frac{13}{40}$$

## Příklady k procvičení

### 1. Zapiš jako smíšená čísla

a)  $\frac{28}{5}$ ;

d)  $\frac{59}{12}$ ;

b)  $\frac{30}{4}$ ;

e)  $\frac{35}{4}$ ;

c)  $\frac{44}{7}$ ;

f)  $\frac{40}{6}$ ;

## Převod smíšeného čísla na zlomek

$$5\frac{3}{7} = \frac{38}{7}$$

Celé číslo vynásobíme jmenovatelem a k součinu přičteme čitatele, jmenovatele zlomku opíšeme. ( $7 \cdot 5 + 3 = 38$ )

## Příklady k procvičení

1. Zapiš jako zlomek

a)  $4\frac{2}{5}$

d)  $7\frac{4}{7}$

b)  $3\frac{5}{6}$

e)  $3\frac{1}{5}$

c)  $1\frac{2}{7}$

f)  $5\frac{3}{8}$

## Převod zlomků na společného jmenovatele

- společný jmenovatel dvou zlomků určíme jako nejmenší společný násobek obou jmenovatelů

- určíme, jakým číslem musíme rozšířit každý ze zlomků, abychom získali požadovaný jmenovatel a oba zlomky rozšíříme (viz výše)

Společný násobek můžeme určit pomocí rozkladu čísel na součin prvočísel nebo z paměti (to hlavně využijeme u menších čísel – říkáme si násobky většího čísla a zjišťuji, jestli je násobek dělitelný menším číslem, první číslo, které mi tuto vlastnost splní je nejmenší společný násobek)

např.  $n(4, 6) =$

6 – není dělitelné 4, 12 – je dělitelné 4, proto  $n(4, 6)$  je 12

U větších čísel je snazší použít rozklad na součin prvočísel

$n(25, 40) =$

25		5		40		2
5		5		20		2
1				10		2
				5		5
				1		

pozn. do pravého sloupce píšeme **prvočíselné** dělitele, do levého vzniklý podíl tak dlouho, dokud nám nevyjde 1

$$25 = 5 \cdot 5$$

$$40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$$

K  $n(25, 40) =$  opíšeme rozklad menšího čísla a doplníme o činitele, kteří se u menšího z čísel nevyskytovali a vynásobíme (učivo 6.tř.)

$$\text{tedy } n(25, 40) = 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 200$$

Pokud už umíme počítat s mocninami, můžeme použít následující postup:

Rozklady na součin prvočísel zapíšeme pomocí mocnin a k určení nejmenší společné násobku vynásobíme všechna vyskytující se prvočísla vždy v té nejvyšší mocnině.

$$25 = 5^2 \quad 40 = 2^3 \cdot 5$$

$$n(25, 40) = 2^3 \cdot 5^2 = 8 \cdot 25 = 200$$

## Příklady k procvičení

1. Převed' zlomky na společného jmenovatele

a)  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$

c)  $\frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}$

b)  $\frac{3}{4}, \frac{1}{6}, \frac{5}{8}$

d)  $\frac{7}{12}, \frac{5}{8}, \frac{3}{10}$

## Porovnávání zlomků

1. způsob – převodem na společného jmenovatele, u zlomků se společným jmenovatelem porovnáme čitatele

př. porovnej zlomky  $\frac{3}{7}, \frac{2}{5}$

$$\frac{3}{7} = \frac{15}{35}; \quad \frac{2}{5} = \frac{14}{35}$$

$$\frac{15}{35} > \frac{14}{35} \Rightarrow \frac{3}{7} > \frac{2}{5}$$

2. způsob – šipkové pravidlo

porovnávané zlomky zapíšeme vedle sebe a vyznačíme šipky

$$\frac{5}{8} \quad \begin{array}{c} \swarrow \\ \searrow \end{array} \quad \frac{3}{5}$$

vynásobíme dvojice čísel ve směru šipky, vzniklé součiny zapíšeme k čitateli, u něž končí šipka

$$5 \cdot 5 = 25 \quad 8 \cdot 3 = 24$$

$$\frac{5}{8} \quad \begin{array}{c} \swarrow \\ \searrow \end{array} \quad \frac{3}{5}$$

porovnáme součiny (výsledky)

$$25 > 24 \Rightarrow \frac{5}{8} > \frac{3}{5}$$

## Příklady k procvičení

1. Porovnej zlomky podle velikosti:

a)  $\frac{3}{4}, \frac{5}{6}$

c)  $\frac{11}{4}, \frac{14}{5}$

b)  $\frac{11}{12}, \frac{7}{8}$

d)  $\frac{16}{26}, \frac{24}{39}$

## Sčítání a odčítání zlomků

### a) se stejnými jmenovateli

- sečteme (odečteme) čitatele, jmenovatele opíšeme

$$\text{př. } \frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{7}{9}$$

### Příklady k procvičení

#### 1. Sečti zlomky

a)  $\frac{1}{5} + \frac{3}{5}$ ;

b)  $\frac{3}{8} + \frac{21}{8}$ ;

c)  $\frac{1}{12} + \frac{7}{12}$ ;

d)  $\frac{3}{25} + \frac{12}{25}$ ;

### b) s různými jmenovateli

- zlomky převedeme na společného jmenovatele a pak sčítáme (odčítáme) jako zlomky se stejnými jmenovateli

$$\text{př. } \frac{3}{5} + \frac{5}{6} = \frac{18+25}{30} = \frac{43}{30} = 1 \frac{13}{30}$$

### Příklady k procvičení

#### 1. Vypočtěte

a)  $\frac{3}{4} + \frac{1}{2}$ ;

b)  $\frac{3}{8} + \frac{2}{5}$ ;

c)  $\frac{2}{7} + \frac{28}{21}$ ;

d)  $\frac{7}{12} + \frac{5}{16}$ ;

e)  $\frac{1}{2} + \frac{2}{5} + \frac{1}{4}$ ;

f)

2. Převedte na zlomky a pak sečtěte

a)  $2\frac{1}{4} + 1\frac{3}{8}$ ;

b)  $5\frac{2}{3} + 5\frac{4}{9}$ ;

c)  $1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{4} + 3\frac{1}{8}$ ;

3. Odečtěte zlomky

a)  $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ ;

b)  $\frac{1}{2} - \frac{3}{8}$ ;

c)  $\frac{3}{4} - \frac{2}{7}$ ;

d)  $\frac{8}{15} - \frac{1}{5}$ ;

e)  $\frac{6}{7} - \frac{1}{3}$ ;

f)  $\frac{9}{20} - \frac{1}{4}$ ;

g)  $\frac{15}{7} - \frac{22}{14}$ ;

h)  $\frac{11}{10} - \frac{5}{6}$ ;

i)  $\frac{23}{14} - \frac{16}{21}$ ;

j)  $\frac{53}{40} - \frac{21}{20}$ ;

4. Převedte na zlomky a pak odečtěte

a)  $5\frac{1}{4} - \frac{3}{4}$ ;

b)  $6\frac{1}{4} - 3\frac{3}{8}$ ;

c)  $8\frac{4}{11} - \frac{5}{6}$ ;

d)  $6\frac{2}{9} - \frac{7}{12}$ ;

### Násobení zlomků

Dva zlomky násobíme tak, že vynásobíme zvlášť jejich čitatele a zvlášť jmenovatele.

př.  $\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{4} = \frac{21}{20} = 1\frac{1}{20}$

Pokud to je možné, nejdříve vhodně zkrátíme. Krátit můžeme pouze v součinu a to čísla

v rámci jednoho zlomku nebo „do kříže“

př.  $\frac{\cancel{3}}{5} \cdot \frac{\cancel{15}}{\cancel{27}} = \frac{1}{1} \cdot \frac{3}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

## Příklady k procvičení

### 1. Vynásobte

$$\text{a) } -\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{2};$$

$$\text{b) } 1\frac{2}{3} \cdot \left(-2\frac{4}{5}\right);$$

$$\text{c) } \left(-\frac{4}{6}\right) \cdot \left(-\frac{5}{7}\right);$$

$$\text{d) } \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{5}{8}\right);$$

$$\text{e) } \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{8}{5}\right);$$

$$\text{f) } \left(-\frac{1}{7}\right) \cdot \left(-\frac{7}{4}\right) \cdot \frac{5}{6};$$

## Dělení zlomků

Při dělení zlomků využíváme převrácených zlomků. Jde o zlomky, u nichž zaměníme čitatele a jmenovatele.

$$\frac{9}{7} \text{ je převrácený zlomek k } \frac{7}{9}$$

př.  $\frac{10}{11}$  je převrácený zlomek k  $\frac{11}{10} = 1\frac{1}{10}$

Zlomky dělíme tak, že první zlomek vynásobíme převráceným zlomkem.

$$\text{Př. } \frac{12}{7} : \frac{5}{2} = \frac{12}{7} \cdot \frac{2}{5} = \frac{24}{35}$$

## Příklady k procvičení

### 1. Vydělte zlomky:

$$\text{a) } \frac{5}{6} : \frac{15}{21}$$

$$\text{b) } \frac{7}{8} : 1\frac{11}{24}$$

$$\text{c) } 2\frac{1}{4} : 3\frac{3}{4}$$

$$\text{d) } 2\frac{3}{16} : 1\frac{1}{20}$$

$$\text{e) } 1\frac{21}{39} : 1\frac{19}{26}$$

$$\text{f) } 1\frac{9}{15} : \left(-1\frac{7}{25}\right)$$

$$\text{g) } \left(-1\frac{13}{15}\right) : \left(-5\frac{5}{6}\right)$$

$$\text{h) } \left(-6\frac{2}{4}\right) : 3\frac{9}{10}$$

$$\text{i) } \left(-1\frac{19}{44}\right) : \left(-1\frac{2}{33}\right)$$



## Složené zlomky

Složený zlomek je zlomek, který má v čitateli či jmenovateli, případně v obou místo čísla zlomek.

Počítáme

1. převedením na dělení

$$1. \quad \frac{\frac{7}{9}}{\frac{5}{4}} = \frac{7}{9} : \frac{5}{4} = \frac{7}{9} \cdot \frac{4}{5} = \frac{28}{45}$$

nebo

2. vynásobením vnitřních a vnějších členů.

$$2. \quad \left( \frac{\frac{7}{9}}{\frac{5}{4}} \right) = \frac{3 \cdot 8}{4 \cdot 9} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 2}{4 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{2}{3}$$

## Příklady k procvičení

1. Vypočti

$$a) \quad \frac{\frac{3}{4}}{\frac{9}{10}} =$$

$$b) \quad \frac{\frac{15}{8}}{10} =$$

$$c) \quad \frac{12}{\frac{9}{4}} =$$

$$d) \quad \frac{\frac{5}{9}}{27} =$$

## Číselné výrazy s racionálními čísly

$$a) \quad \left( 1\frac{2}{3} - 5\frac{3}{4} \right) : 2\frac{5}{8} =$$

$$b) \quad \frac{8}{5} : \frac{4}{5} - \left( \frac{2}{3} - \frac{3}{2} \right) =$$

$$c) \quad \frac{1}{6} - \frac{14}{31} \cdot \left( -4\frac{3}{7} \right) + \frac{11}{24} : \left( -\frac{1}{2} \right) =$$

$$d) \quad \frac{1}{6} + \frac{3}{14} : \left( -\frac{12}{7} \right) =$$

$$e) \quad \left( 2\frac{1}{3} - \frac{7}{15} \right) : \left( \frac{2}{5} - 3\frac{1}{5} \right) =$$

$$f) \quad \frac{3\frac{3}{4} - 4\frac{5}{6}}{2\frac{7}{8} - 3\frac{5}{6}} =$$

$$g) \quad \frac{4\frac{5}{6} - 3 : \left( \frac{13}{15} - \frac{1}{5} \right)}{2 : \left( 2\frac{3}{4} - \frac{1}{12} \right)} =$$

$$h) \quad \frac{2 \cdot \left( \frac{2}{3} - 1 \right)}{\frac{13}{8} - \left( 0,25 + \frac{3}{2} \right)} =$$